

# ĆWICZENIE 50

## BADANIE STANÓW NIEUSTALONYCH

### Cel ćwiczenia.

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się ze zjawiskiem stanów nieustalonych w obwodach elektrycznych zawierających rezystor, kondensator oraz cewkę indukcyjną.

### Program ćwiczenia.

#### I. Wiadomości ogólne

1. Wstęp
2. Obwody **RC**
  - 2.1. Włączenie napięcia stałego
  - 2.2. Rozładowanie kondensatora
  - 2.3. Włączenie napięcia sinusoidalnego
3. Obwody **RL**
  - 3.1. Włączenie napięcia stałego
  - 3.2. Zwarcie przez cewkę
  - 3.3. Włączenie napięcia sinusoidalnego
4. Obwody **RLC**
  - 4.1. Włączenie napięcia stałego
    - 4.1.1. Obwody aperiodyczne
    - 4.1.2. Obwody aperiodyczne krytyczne
    - 4.1.3. Obwody oscylacyjne
  - 4.2. Włączenie napięcia sinusoidalnego

#### II. Wykonanie ćwiczenia.

1. Opis badanego układu
2. Badanie stanów nieustalonych w obwodach **RC**
  - 2.1. Włączenie napięcia stałego
  - 2.2. Rozładowanie kondensatora
3. Badanie stanów nieustalonych w obwodach **RL**
  - 3.1. Włączenie napięcia stałego
  - 3.2. Zwarcie przez cewkę
4. Badanie stanów nieustalonych w obwodach **RLC**
  - 4.1. Włączenie i wyłączenie napięcia stałego w obwodzie aperiodycznym
  - 4.2. Włączenie i wyłączenie napięcia stałego w obwodzie oscylacyjnym
5. Zestawienie wyników

#### III. Wnioski i uwagi.

### I. Wiadomości ogólne

## 1. Wstęp

Cechą charakterystyczną zjawisk w obwodach elektrycznych jest narzucenie zmienności czasowej prądów i napięć.

W przypadku generatorów prądu stałego, napięcia i prądy w obwodach są wielkościami stałymi, a w przypadku generatorów prądu sinusoidalnego, napięcia i prądy zmieniają się sinusoidalnie.

Tego rodzaju stan obwodów nazywa się ustalonym lub stacjonarnym.

W obwodach elektrycznych spotyka się ponadto zjawiska spowodowane zmianą dokonaną w obwodzie, jak na przykład włączeniem źródła energii do obwodu, czy zwarcie części obwodu. Zjawiska te zostały nazwane stanami nieustalonymi lub przejściowymi. Ogólnie stany nieustalone definiujemy jako procesy fizyczne zachodzące przy przejściu obwodu elektrycznego z jednego do drugiego stanu ustalonego. W wielu przypadkach stany nieustalone są zjawiskami niepożądanymi. Na przykład niepożądane są zjawiska przejściowe występujące przy zwarciach i przy włączaniu napięć w obwodach elektrycznych.

W innych przypadkach stany nieustalone są normalnym stanem pracy urządzeń, np. układy automatycznej regulacji.

Przy analizie stanów nieustalonych w obwodach elektrycznych napięcie  $u$  oraz prąd  $i$  przedstawia się w postaci sumy dwóch składników, a mianowicie

$$u = u_u + u_p \quad (1)$$

$$i = i_u + i_p \quad (2)$$

Wielkości  $u_u$  i  $i_u$  są składowymi ustalonymi napięcia i prądu, natomiast  $u_p$  i  $i_p$  odpowiednio składowymi przejściowymi tych wielkości.

Każde zakłócenie układu powoduje stan nieustalony. Układ fizyczny nazywamy stabilnym, gdy po zakłóceniu powraca do stanu równowagi. Gdy układ jest stabilny, wówczas stany przejściowe zanikają po upływie dostatecznie długiego czasu. Wobec tego, w układzie stabilnym składowe przejściowe zanikają wraz z upływem czasu, czyli

$$u_p \rightarrow 0 \text{ oraz } i_p \rightarrow 0, \text{ gdy } t \rightarrow \infty.$$

Wynika z tego, że w układach stabilnych

$$u \rightarrow u_u \text{ oraz } i \rightarrow i_u, \text{ gdy } t \rightarrow \infty,$$

czyli, po upływie dostatecznego czasu wytwarza się w układzie stan ustalony.

Teoretycznie stan przejściowy trwa nieskończenie długo, jednak praktycznie po upływie dostatecznie długiego czasu obwód osiąga stan ustalony.

Dla ułatwienia analizy stanów nieustalonych zakłada się, że zakłócenie będące źródłem stanu nieustalonego wystąpiło w chwili  $t=0$ . Jest to stan początkowy.

Wartości zmiennych w stanie początkowym nazywamy warunkami początkowymi.

Istotnymi cechami układów elektrycznych zawierających elementy R, L i C, są dwa warunki wynikające z zasady zachowania energii (**warunki ciągłości prądu w cewce i napięcia na kondensatorze**):

- 1) prąd w cewce musi zmieniać się w sposób ciągły; gdyby zmienił się w sposób skokowy, to w cewce indukowałoby się nieskończenie wielkie napięcie wynikające ze wzoru (28), co jest niemożliwe,
- 2) napięcie na kondensatorze musi zmieniać się w sposób ciągły; gdyby zmieniło się w sposób skokowy, to przez kondensator płynąłby nieskończenie wielki prąd określony wzorem (6), co jest niemożliwe.

Warunki te można zapisać następująco:

$$\text{ad 1)} \quad i(0^-) = i(0) = i(0^+) \quad (3)$$

$$\text{ad 2)} \quad u_C(0^-) = u_C(0) = u_C(0^+) \quad (4)$$

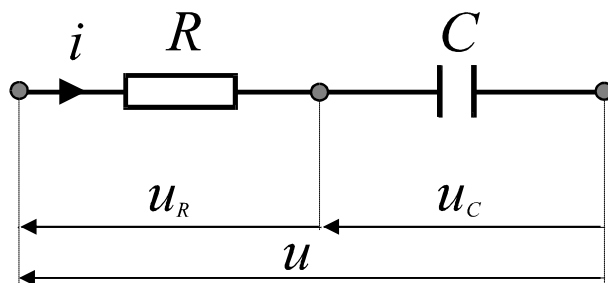
gdzie  $i(0^-)$  i  $i(0^+)$  oznaczają odpowiednio lewostronną i prawostronną granicę funkcji  $i(t)$  w czasie  $t=0$ , zaś  $u_C(0^-)$  i  $u_C(0^+)$  oznaczają odpowiednio lewostronną i prawostronną granicę funkcji  $u_C(t)$  w czasie  $t=0$ .

Rozpatrując stan obwodu bezpośrednio przed chwilą  $t=0$ , w której nastąpiło zakłócenie, wyznaczamy prąd  $i(0^-)$  w cewce i napięcie  $u_C(0^-)$  na kondensatorze.

Wartości początkowe  $i(0)$ ,  $u_C(0)$  równają się wartościom  $i(0^-)$ ,  $u_C(0^-)$ .

Rozpatrując wszystkie cewki i kondensatory w obwodzie otrzymuje się wystarczającą liczbę warunków początkowych, konieczną do rozwiązania równań różniczkowych.

## 2. Obwody RC



Rys. 1. Połączenie szeregowe elementów R,C.

Napięcie na zaciskach szeregowego połączenia elementów R,C (rys. 1) wyraża się wzorem :

$$R \cdot i + u_C = u \quad (5)$$

przy czym  $i$  - natężenie prądu w obwodzie,  $u$  - napięcie zasilania układu,

$u_C$  - napięcie na kondensatorze,  $R$  - rezystancja obwodu.

Podstawiając do powyższego wzoru wyrażenie na natężenie prądu w kondensatorze:

$$i = C \cdot \frac{du_C}{dt} \quad (6)$$

otrzymujemy równanie różniczkowe :

$$R \cdot C \cdot \frac{du_c}{dt} + u_c = u \quad (7)$$

Równanie różniczkowe uproszczone wyraża się wzorem :

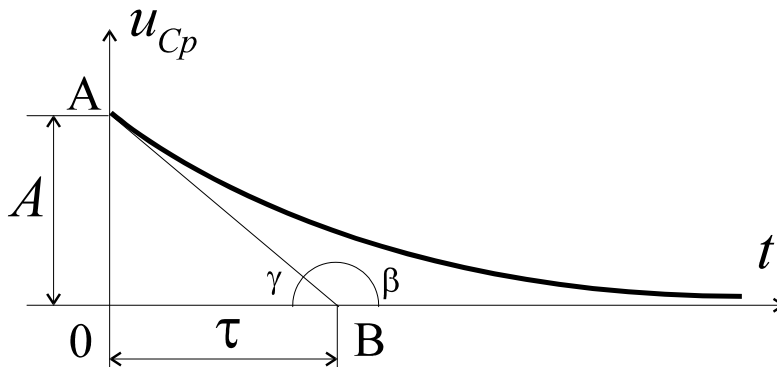
$$R \cdot C \cdot \frac{du_{cp}}{dt} + u_{cp} = 0 \quad (8)$$

Rozwiązaniem ogólnym powyższego równania uproszczonego jest równanie nazywane wzorem **HELMHOLTZA**:

$$u_{cp} = A \cdot e^{-t/\tau} \quad (9)$$

przy czym  $A$  - stała dowolna, a  $\tau = RC$  jest stałą czasową obwodu RC.

Odwrotność stałej czasowej  $\tau$ , nazywamy stałą tłumienia  $\alpha = 1/RC$ .



Rys.2. Przebieg napięcia przejściowego na kondensatorze w połączeniu szeregowym elementów R,C.

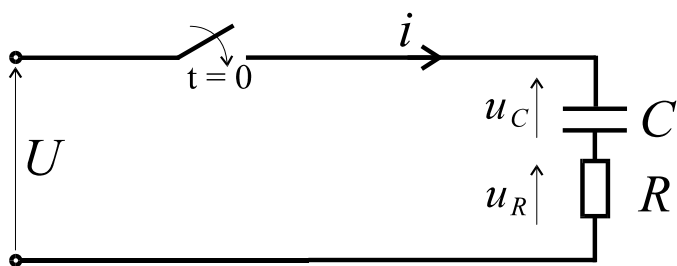
Stała czasowa równa podstycznej **OB**, charakteryzuje prędkość zmniejszania się składowej przejściowej  $u_{cp}$  (rys.2). Stała czasowa  $\tau$  jest to czas, po upływie którego napięcie  $u_{cp}$  osiągnęłoby wartość równą zero, gdyby prędkość jego zmniejszania była stała i równa prędkości

w chwili  $t=0$ , czyli  $\left(\frac{du_{cp}}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{A}{RC}$ .

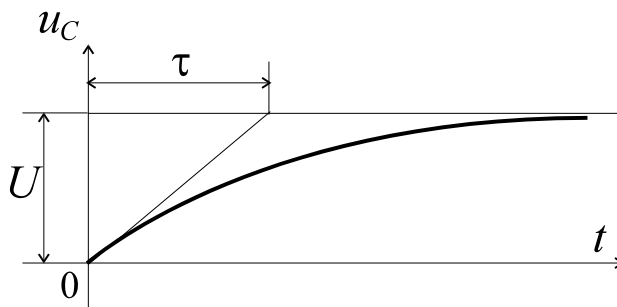
Gdy stała czasowa jest mała (tłumienie duże), wówczas krzywa wykładnicza jest stroma, wobec czego napięcie  $u_{cp}$  szybko maleje.

Jeśli natomiast stała czasowa jest duża (tłumienie małe), wówczas krzywa wykładnicza jest płaska, więc napięcie  $u_{cp}$  maleje stosunkowo powoli.

## 2.1. Włączenie napięcia stałego



Rys.3. Schemat układu ładowania kondensatora napięciem stałym.



Rys.4. Przebieg napięcia na kondensatorze w układzie z rys.3.

Zamykając w chwili  $t=0$  wyłącznik, zostaje załączone do obwodu (rys.3) napięcie stałe. Po upływie dostatecznego czasu, kondensator  $C$  naładuje się do napięcia  $U$ , wobec czego napięcie ustalone  $u_{Cu}=U$ . Zgodnie ze wzorem (1) i (9) otrzymujemy zależność na wartość chwilową napięcia na kondensatorze:

$$u_C = u_{Cu} + u_{Cp} = U + A \cdot e^{-t/\tau} \quad (10)$$

przy czym stałą czasową rozpatrywanego obwodu jest  $\tau = RC$ .

Zakładając, że przed zamknięciem wyłącznika kondensator  $C$  był nienaładowany, mamy  $u_C(0^-) = 0$ , czyli zgodnie z równaniem (4) napięcie na kondensatorze  $u_C(0) = 0$ .

Podstawiając  $t=0$  do wzoru (10), otrzymujemy  $U + A = 0$ , a więc  $A = -U$ .

Wartość chwilowa napięcia na kondensatorze (rys.4) wyraża się wzorem:

$$u_C = U \cdot (1 - e^{-t/\tau}). \quad (11)$$

Napięcie na oporniku

$$u_R = U - u_C = U \cdot e^{-t/\tau} \quad (12)$$

maleje wykładniczo od  $U$  do  $0$  ze stałą czasową  $\tau$ . Prąd w rozpatrywanym obwodzie

$$i = \frac{u_R}{R} = \frac{U}{R} e^{-t/\tau} \quad (13)$$

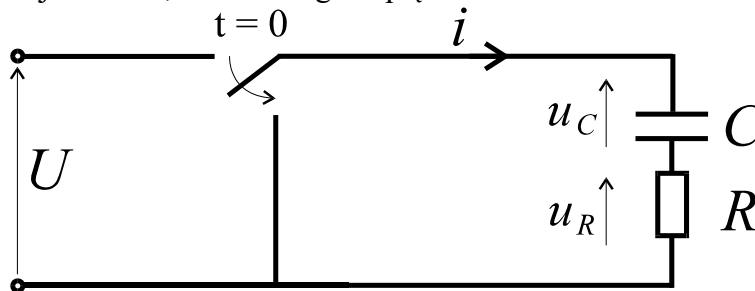
zanika wykładniczo od  $U/R$  do  $0$  ze stałą czasową  $\tau$ .

## 2.2. Rozładowanie kondensatora

Kondensator  $C$  (rys.5) został naładowany wstępnie do napięcia  $U$ .

W chwili  $t=0$  zwieramy kondensator przełącznikiem poprzez rezystor, wskutek czego kondensator rozładowuje się.

Po upływie dostatecznie długiego czasu od chwili  $t=0$ , kondensator rozładowuje się, przy czym napięcie na nim zmaleje do zera, wobec czego napięcie ustalone na kondensatorze  $u_{Cu}=0$ .



Rys.5. Schemat układu rozładowania kondensatora.

Wartość chwilowa napięcia na kondensatorze wyraża się wzorem

$$u_C = u_{Cu} + u_{Cp} = A \cdot e^{-t/\tau}, \quad (14)$$

przy czym stała czasowa  $\tau = RC$ .

Bezpośrednio przed przełączeniem przełącznika napięcie na kondensatorze równało się  $U$ , wobec czego

$$u_C(0^-) = u_C(0) = U. \quad (15)$$

Podstawiając  $t=0$  do (14), otrzymujemy  $A = U$ , zatem  $u_C = U \cdot e^{-t/\tau}$ .

Napięcie na kondensatorze zanika wykładniczo od  $U$  do  $0$  ze stałą czasową  $\tau$ .

Prąd w obwodzie można wyznaczyć z zależności (6), a mianowicie

$$i = C \frac{du_C}{dt} = C \cdot U \cdot e^{-t/\tau} \cdot \left( -\frac{1}{\tau} \right) = -\frac{U}{R} \cdot e^{-t/\tau}. \quad (16)$$

Energia pola elektrycznego kondensatora przed przełączeniem wynosiła  $W_C = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$ .

Po ustaleniu się zjawisk w obwodzie kondensator jest rozładowany, wobec czego jego energia równa się zero. Podczas rozładowania kondensatora, płynie prąd określony wzorem (16), czyli w oporniku  $R$  występuje przekształcenie energii elektrycznej w ciepłą.

Moc tracona w oporniku  $R$  wynosi

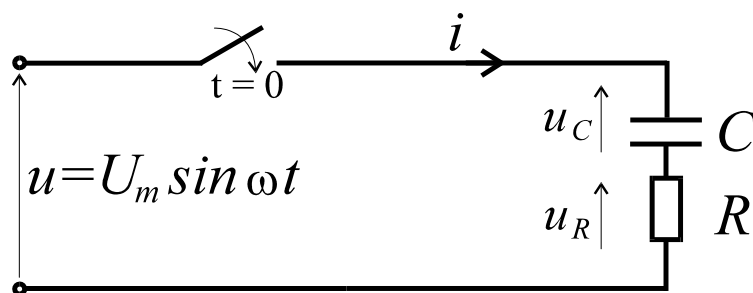
$$p_R = R \cdot i^2 = \frac{U^2}{R} \cdot e^{-2t/\tau}. \quad (17)$$

Energia ciepła wytworzona w oporniku równa się

$$W_R = \int_0^{\infty} p_R dt = \frac{U^2}{R} \cdot \int_0^{\infty} e^{-2t/\tau} dt = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = W_C. \quad (18)$$

Oznacza to, że energia pola elektrycznego kondensatora przekształca się całkowicie na ciepło Joule'a w oporniku  $R$ .

### 2.3. Włączenie napięcia sinusoidalnego



Rys.6. Włączenie napięcia sinusoidalnego do połączenia R, C.

Zamykając w chwili  $t=0$  wyłącznik, włączamy do obwodu (rys.6) napięcie zmienne sinusoidalnie  $u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$ . (19)

Po upływie dostatecznie długiego czasu od chwili  $t=0$  w obwodzie płynie prąd ustalony

$$i_u = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \varphi_u - \varphi), \quad (20)$$

przy czym

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}, \quad \operatorname{tg} \varphi = -\frac{1}{\omega CR}. \quad (21)$$

Napięcie ustalone  $u_{Cu}$  na kondensatorze opóźnia się w fazie o  $90^\circ$  względem prądu  $i_u$ , wobec czego

$$u_{Cu} = \frac{U_m}{Z\omega C} \cdot \sin(\omega t + \varphi_u - \varphi - 90^\circ) = -\frac{U_m}{Z\omega C} \cdot \cos(\omega t + \varphi_u - \varphi). \quad (22)$$

Wartość chwilowa napięcia na kondensatorze

$$u_C = u_{Cu} + u_{Cp} = -\frac{U_m}{Z\omega C} \cdot \cos(\omega t + \varphi_u - \varphi) + A \cdot e^{-t/\tau} \quad (23)$$

gdzie  $\tau = RC$ .

Założmy, że przed zamknięciem wyłącznika kondensator był nienaładowany, czyli  $u_C(0^-) = u_C(0) = 0$ . Podstawiając  $t=0$  do wzoru (23), otrzymujemy

$$-\frac{U_m}{Z\omega C} \cdot \cos(\varphi_u - \varphi) + A = 0, \quad \text{czyli} \quad A = \frac{U_m}{Z\omega C} \cdot \cos(\varphi_u - \varphi). \quad (24)$$

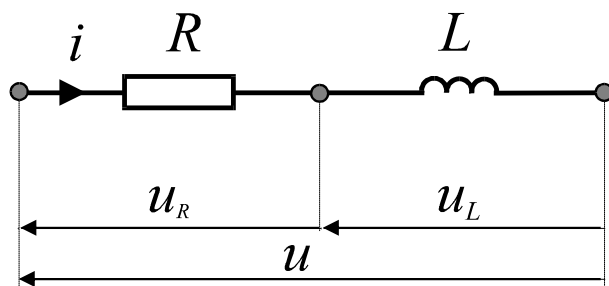
Wartość chwilowa napięcia na kondensatorze

$$u_C = \frac{U_m}{Z\omega C} \cdot \left[ -\cos(\omega t + \varphi_u - \varphi) + e^{-t/\tau} \cdot \cos(\varphi_u - \varphi) \right]. \quad (25)$$

Wartość chwilowa prądu w rozpatrywanym obwodzie wynosi

$$i = C \frac{du_C}{dt} = \frac{U_m}{Z} \cdot \left[ \sin(\omega t + \varphi_u - \varphi) - \frac{e^{-t/\tau}}{\omega CR} \cdot \cos(\varphi_u - \varphi) \right]. \quad (26)$$

### 3. Obwody RL



Rys.7. Połączenie szeregowe elementów  $R, L$ .

Napięcie na zaciskach szeregowego połączenia elementów  $R, L$  wyraża się wzorem :

$$R \cdot i + u_L = u \quad (27)$$

przy czym  $i$  - natężenie prądu w obwodzie,  $u$  - napięcie zasilające obwód,  $R$  - rezystancja obwodu, zaś  $u_L$  - napięcie na cewce wyrażone wzorem:

$$u_L = L \frac{di}{dt} \quad (28)$$

gdzie  $L$  - indukcyjność obwodu.

Równanie różniczkowe uproszczone dla prądu przejściowego przybiera postać

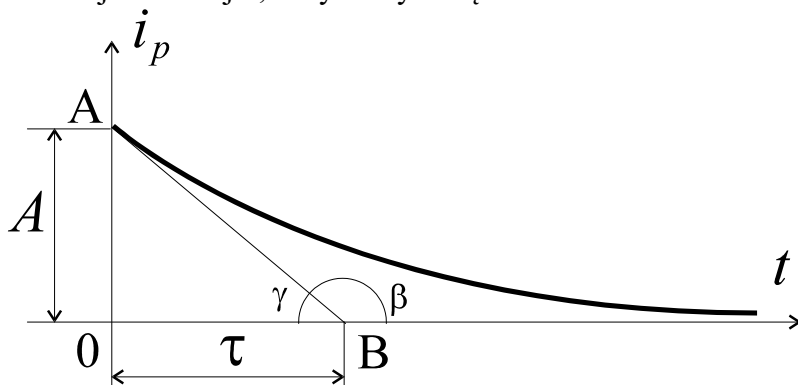
$$R \cdot i_p + L \frac{di_p}{dt} = 0 \quad (29)$$

gdzie  $i_p$  - składowa przejściowa natężenia prądu, pozostałe oznaczenia jak wcześniej.

Rozwiązaniem ogólnym powyższego równania uproszczonego jest równanie nazywane wzorem **HELMHOLTZA**:

$$i_p = A \cdot e^{-t/\tau} \quad (30)$$

przy czym  $A$  - stała dowolna, a  $\tau = L/R$  jest stałą czasową obwodu  $R, L$ . Odwrotność stałej czasowej  $\tau$ , nazywamy stałą tłumienia  $\alpha = R/L$ .



Rys.8. Przebieg prądu przejściowego w połączeniu elementów  $R, L$ .



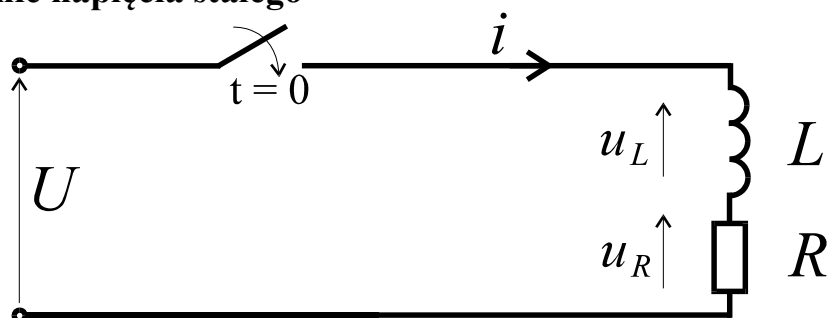
Stała czasowa charakteryzuje prędkość zmniejszania się prądu  $i_p$  (rys. 8).

Gdy stała czasowa jest mała (tłumienie duże), wówczas krzywa wykładnicza jest stroma, wobec czego wielkość  $i_p$  maleje prędko.

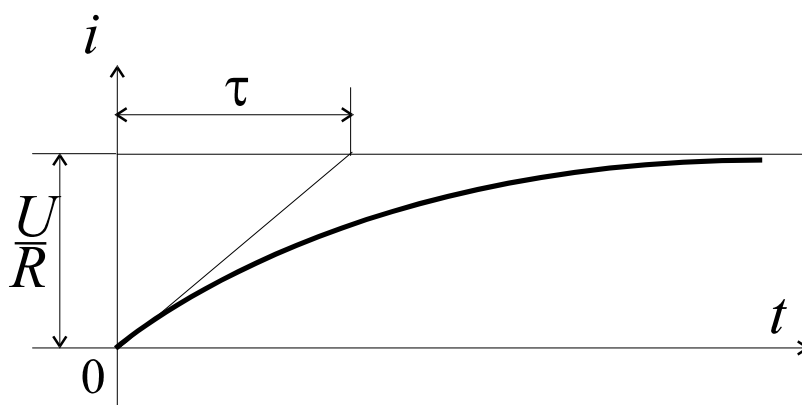
Jeśli natomiast stała czasowa jest duża (tłumienie małe), wówczas krzywa wykładnicza jest płaska, więc wielkość  $i_p$  maleje stosunkowo powoli.

Gdy  $t > 5\tau$ , wówczas  $e^{-t/\tau} < 0.01$ , wskutek czego prąd przejściowy  $i_p$  staje się nieznaczny, a prąd całkowity osiąga wartość ustaloną.

### 3.1. Włączenie napięcia stałego



Rys.9. Włączenie napięcia stałego do układu R,L.



Rys.10. Przebieg prądu w gałęzi R,L w obwodzie z rys.9.

Zamykając w chwili  $t=0$  wyłącznik, zostaje załączone do obwodu (rys.9) napięcie stałe.

Po upływie dostatecznego czasu od chwili  $t=0$ , w obwodzie płynie prąd

$$i_u = \frac{U}{R}. \quad (31)$$

Zgodnie ze wzorami (2) i (30) otrzymujemy zależność na wartość chwilową prądu w cewce:

$$i = i_u + i_p = \frac{U}{R} + A \cdot e^{-t/\tau} \quad (32)$$

przy czym stałą czasową rozpatrywanego obwodu jest  $\tau = L/R$ .

Bezpośrednio przed załączeniem wyłącznika obwód był przerwany, wobec czego  $i(0^-) = 0$ , czyli zgodnie z równaniem (3) prąd w obwodzie  $i(0) = 0$ .

Podstawiając  $t=0$  do wzoru (32), otrzymujemy  $\frac{U}{R} + A = 0$ , a więc  $A = -\frac{U}{R}$ .

Wartość chwilowa prądu w rozpatrywanym obwodzie (rys.9) wyraża się wzorem:

$$i = \frac{U}{R} \cdot (1 - e^{-t/\tau}). \quad (33)$$

Napięcie na oporniku

$$u_R = R \cdot i = U(1 - e^{-t/\tau}) \quad (34)$$

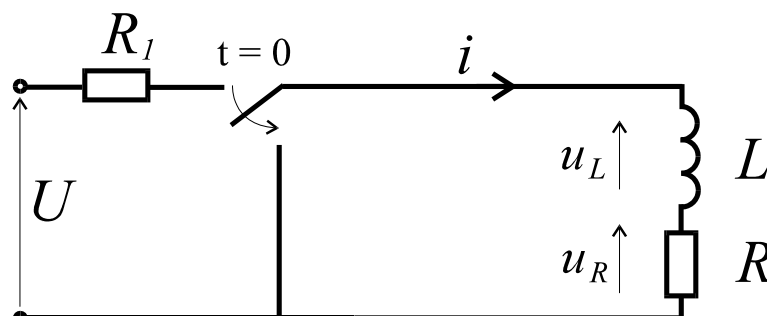
wzrasta wykładniczo od 0 do  $U$  ze stałą czasową  $\tau$ .

Napięcie na cewce

$$u_L = U - u_R = U \cdot e^{-t/\tau} \quad (35)$$

maleje wykładniczo od  $U$  do 0 ze stałą czasową  $\tau$  (napięcie  $u_L$  można wyznaczyć również z zależności (28)).

### 3.2. Zwarcie przez cewkę



Rys.11. Zwarcie gałęzi z elementami  $R, L$ .

W chwili  $t=0$  zwieramy gałąź obwodu, zawierającą elementy  $R$  i  $L$ .

Po upływie dostatecznie długiego czasu od chwili  $t=0$ , prąd w tej gałęzi zmaleje do zera, wobec czego wartość ustalona  $i_u=0$ .

Wartość chwilowa prądu w cewce indukcyjnej wyraża się wzorem

$$i = i_u + i_p = A \cdot e^{-t/\tau}, \quad (36)$$

przy czym stała czasowa  $\tau = L/R$ .

Bezpośrednio przed przełączeniem w obwodzie płynął prąd stały  $\frac{U}{R_1 + R}$

$$i(0^-) = i(0) = \frac{U}{R_1 + R}. \quad (37)$$

Podstawiając  $t=0$  do równania (36), otrzymujemy  $A = \frac{U}{R_1 + R}$ , zatem

$$i = \frac{U}{R_1 + R} \cdot e^{-t/\tau}. \quad (38)$$

Prąd w zwartej gałęzi zanika wykładniczo od  $\frac{U}{R_1 + R}$  do 0 ze stałą czasową  $\tau$ .

Założmy, że w obwodzie zawierającym cewkę płynie prąd  $I_o = \frac{U}{R_1 + R}$ , więc

energia cewki zawarta w jej polu magnetycznym wynosi  $W_L = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_o^2$ .

Po ustaleniu się zjawisk w obwodzie prąd w cewce równy jest zeru, wobec czego jej energia również równa jest zeru.

Z uwagi na to, że podczas zwarcia gałęzi RL płynie prąd (wzór 38), to w rezystancji  $R$  cewki występuje przekształcenie energii elektrycznej w ciepłą.

Moc wynikająca z rezystancji cewki wynosi

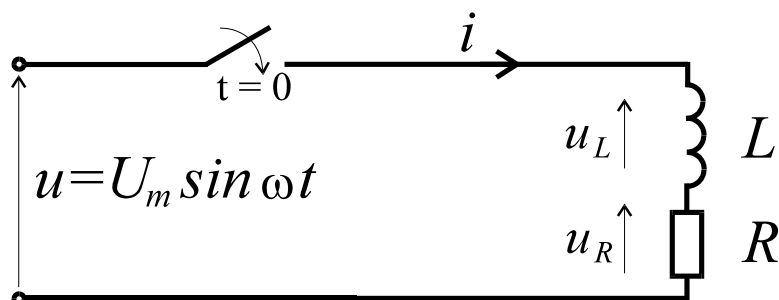
$$P_R = R \cdot i^2 = R \cdot I_o^2 \cdot e^{-2t/\tau}. \quad (39)$$

Energia ciepła wynikająca z rezystancji cewki równa jest

$$W_R = \int_0^{\infty} p_R dt = R \cdot I_o^2 \cdot \int_0^{\infty} e^{-2t/\tau} dt = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_o^2 = W_L. \quad (40)$$

Oznacza to, że w czasie trwania stanu nieustalonego cała energia  $W_L$  zawarta w polu magnetycznym cewki przekształca się na ciepło Joule'a (w rezystancji cewki).

### 3.3. Włączenie napięcia sinusoidalnego



Rys.12. Włączenie napięcia sinusoidalnego do połączenia  $R, L$ .

Zamykając w chwili  $t=0$  wyłącznik, włączamy do obwodu (rys.12) napięcie zmienne sinusoidalnie

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u). \quad (41)$$

Po upływie dostatecznie długiego czasu od chwili  $t=0$  w obwodzie płynie prąd ustalony

$$i_u = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \varphi_u - \varphi), \quad (42)$$

przy czym

$$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}. \quad (43)$$

Wartość chwilowa prądu w obwodzie

$$i = i_u + i_p = \frac{U_m}{Z} \cdot \sin(\omega t + \varphi_u - \varphi) + A \cdot e^{-t/\tau}. \quad (44)$$

przy czym  $\tau = L/R$ .

Założmy, że przed zamknięciem prąd w obwodzie nie płynął, czyli  $i(0^-) = i(0) = 0$ .

Podstawiając  $t=0$  do wzoru (44), otrzymujemy

$$\frac{U_m}{Z} \cdot \sin(\varphi_u - \varphi) + A = 0, \quad (45)$$

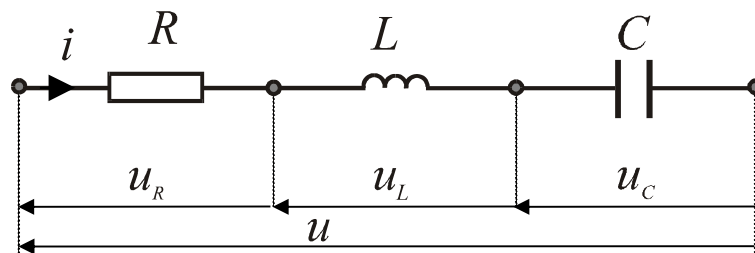
czyli

$$A = -\frac{U_m}{Z} \cdot \sin(\varphi_u - \varphi). \quad (46)$$

Wartość chwilowa prądu w obwodzie

$$i = \frac{U_m}{Z} \cdot \left[ \sin(\omega t + \varphi_u - \varphi) - e^{-t/\tau} \cdot \sin(\varphi_u - \varphi) \right]. \quad (47)$$

### 3. Obwody RLC



Rys.13. Połączenie szeregowe elementów  $R$ ,  $L$ ,  $C$ .

Napięcie na zaciskach szeregowego połączenia elementów R,L,C wyraża się wzorem :

$$R \cdot i + L \frac{di}{dt} + u_C = u \quad (48)$$

przy czym  $i$  - natężenie prądu,  $u$  - napięcie zasilania,  $u_C$  - napięcie na kondensatorze, zaś  $R$  i  $L$  - odpowiednio rezystancja i indukcyjność obwodu. Podstawiając do powyższego wzoru wyrażenia :

$$i = C \frac{du_C}{dt}, \quad \text{oraz} \quad \frac{di}{dt} = C \frac{d^2 u_C}{dt^2} \quad (49)$$

otrzymujemy równanie różniczkowe drugiego rzędu :

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + RC \frac{du_C}{dt} + u_C = u \quad (50)$$

Równanie różniczkowe uproszczone wyraża się wzorem :

$$LC \frac{d^2 u_{Cp}}{dt^2} + RC \frac{du_{Cp}}{dt} + u_{Cp} = 0 \quad (51)$$

Równanie charakterystyczne powyższego równania różniczkowego ma postać :

$$s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC} = 0 \quad (52)$$

a pierwiastki tego równania są równe :

$$s_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \quad (53)$$

oraz

$$s_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}};$$

Wprowadzamy oznaczenia:

$$\alpha - \text{stała tłumienia} \quad \alpha = \frac{R}{2 \cdot L} \quad (54)$$

$$\omega - \text{pulsacja drgań nietłumionych} \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (55)$$

$$\omega_0 - \text{pulsacja drgań własnych obwodu} \quad \omega_0 = \sqrt{\omega^2 - \alpha^2} \quad (56)$$

W obwodach RLC można wyodrębnić trzy przypadki obwodów w zależności od znaku wyróżnika równania charakterystycznego :

1) obwód aperiodyczny - gdy zachodzi relacja

$$R > 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (57)$$

wówczas równanie charakterystyczne ma dwa (różne) ujemne pierwiastki rzeczywiste  $s_1$  i  $s_2$  ( $s_1 < 0$ ,  $s_2 < 0$  i  $s_1 \neq s_2$ );

2) obwód aperiodyczny graniczny - gdy spełniony jest warunek

$$R = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (58)$$

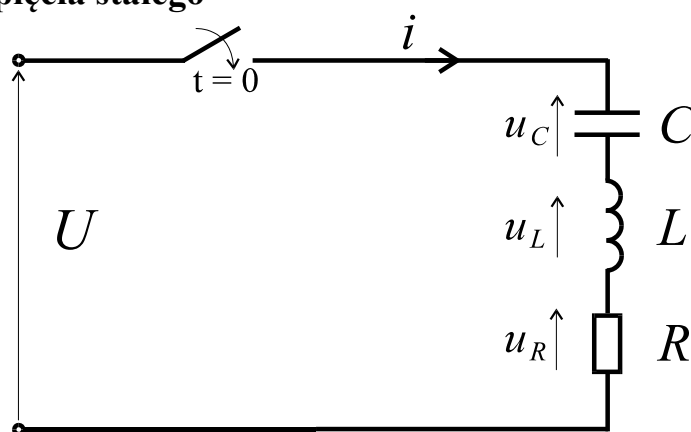
w tym przypadku istnieje jeden ujemny pierwiastek rzeczywisty  $s_1 = s_2 = -\alpha$ ;

3) obwód oscylacyjny - istnieje wówczas, gdy

$$R < 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (59)$$

W tym przypadku równanie charakterystyczne ma dwa różne pierwiastki zespolone  $s_1 = -\alpha + j\omega_o$  oraz  $s_2 = -\alpha - j\omega_o$ .

#### 4.1. Włączenie napięcia stałego



Rys.14. Włączenie napięcia stałego w obwód zawierający elementy R, L, C.

Zamykając w chwili  $t=0$  wyłącznik, włączamy napięcie  $U$  do połączenia szeregowego R, L, C (rys.14), wskutek czego kondensator ładuje się przez rezystor i cewkę.

Zakładamy, że przed chwilą  $t=0$  kondensator nie był naładowany. Po upływie dostatecznie długiego czasu kondensator naładowuje się do napięcia  $U$  i wówczas prąd w obwodzie będzie równał się zero, czyli  $u_C = U$  oraz  $i = 0$ , wobec czego

$$u_C = U + u_{Cp}, \quad i = i_p. \quad (60)$$

Przed zamknięciem wyłącznika napięcie na kondensatorze równało się zero, oraz prąd w obwodzie równał się zero, a więc na podstawie równań ciągłości (3) i (4) mamy

$$i(0^-) = i(0) = 0, \quad u_C(0^-) = u_C(0) = 0. \quad (61)$$

##### 4.1.1. Obwody aperiodyczne

Dla obwodu aperiodycznego rozwiązanie równania różniczkowego uproszczonego ma postać:

$$u_{Cp} = A_1 \cdot e^{s_1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{s_2 \cdot t} \quad (62)$$

$$i_p = C \cdot (A_1 \cdot s_1 \cdot e^{s_1 \cdot t} + A_2 \cdot s_2 \cdot e^{s_2 \cdot t})$$

gdzie  $A_1, A_2$  są stałymi całkowania. Równanie charakterystyczne (52) ma dwa różne ujemne pierwiastki rzeczywiste  $s_1$  i  $s_2$ .

Podstawiając  $t=0$  do powyższych wyrażeń i biorąc pod uwagę warunki początkowe określone zależnością (61) znajdujemy

$$U + A_1 + A_2 = 0, \quad \text{oraz} \quad A_1 \cdot s_1 + A_2 \cdot s_2 = 0. \quad (63)$$

Rozwiązując powyższy układ równań z dwiema niewiadomymi, znajdujemy

$$A_1 = \frac{U \cdot s_2}{s_1 - s_2}, \quad A_2 = -\frac{U \cdot s_1}{s_1 - s_2}, \quad (64)$$

wobec czego

$$u_C = U \cdot \left[ 1 + \frac{1}{s_1 - s_2} \cdot (s_2 \cdot e^{s_1 t} - s_1 \cdot e^{s_2 t}) \right], \quad (65)$$

$$i = C \frac{du_C}{dt} = CU \frac{s_1 s_2}{(s_1 - s_2)} (e^{s_1 t} - e^{s_2 t}).$$

#### 4.1.2. Obwody aperiodyczne krytyczne

Dla obwodu aperiodycznego granicznego rozwiązanie równania różniczkowego uproszczonego ma postać :

$$u_{Cp} = (A_1 + A_2 \cdot t) \cdot e^{-\alpha t} \quad (66)$$

$$i_p = C \cdot [A_2 - \alpha \cdot (A_1 + A_2 \cdot t)] \cdot e^{-\alpha t}$$

gdzie  $A_1, A_2$  są stałymi całkowania.

Równanie charakterystyczne dla powyższego przypadku ma jeden ujemny pierwiastek

$$s_1 = s_2 = -\alpha.$$

Podstawiając  $t=0$  do powyższych równań i wykorzystując warunki początkowe (61), mamy

$$U + A_1 = 0, \quad \text{oraz} \quad A_2 - \alpha A_1 = 0 \quad (67)$$

czyli

$$A_1 = -U, \quad A_2 = -\alpha \cdot U. \quad (68)$$

Po podstawieniu  $A_1, A_2$  do wzorów określających  $u_C$  oraz  $i$ , otrzymujemy

$$u_C = U \cdot [1 - (1 + \alpha \cdot t) \cdot e^{-\alpha t}], \quad (69)$$

$$i = C \frac{du_C}{dt} = CU \alpha^2 t \cdot e^{-\alpha t}.$$

Przebiegi prądów i napięć przejściowych w tych obwodach mają taki sam charakter, jak w obwodach aperiodycznych. Współczynnik tłumienia obwodu definiowany jako stosunek stałej tłumienia do pulsacji drgań nietłumionych obwodu przyjmuje dla tego przypadku wartość 1, zaś dla obwodów aperiodycznych wartość ta jest zawsze większa od jedności.

### 4.1.3. Obwody oscylacyjne (drgające)

Dla obwodu oscylacyjnego (drgającego) istnieją dwa różne pierwiastki zespolone równania charakterystycznego :

$$s_1 = -\alpha + j\omega_o \quad \text{oraz} \quad s_2 = -\alpha - j\omega_o; \quad (70)$$

gdzie  $\alpha$  - stała tłumienia  $\alpha = \frac{R}{2 \cdot L}$  (71)

$\omega$  - pulsacja drgań nietłumionych  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  (72)

$\omega_o$  - pulsacja drgań własnych obwodu  $\omega_o = \sqrt{\omega^2 - \alpha^2}$  (73)

Rozwiązanie równania różniczkowego uproszczonego dla rozważanego przypadku ma postać:

$$u_{Cp} = A \cdot e^{-\alpha t} \sin(\omega_o \cdot t + \beta) \quad (74)$$

$$i_p = C \cdot A \cdot \left[ -\alpha \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin(\omega_o \cdot t + \beta) + \omega_o \cdot e^{-\alpha t} \cdot \cos(\omega_o \cdot t + \beta) \right]$$

gdzie  $A, \beta$  są stałymi całkowania.

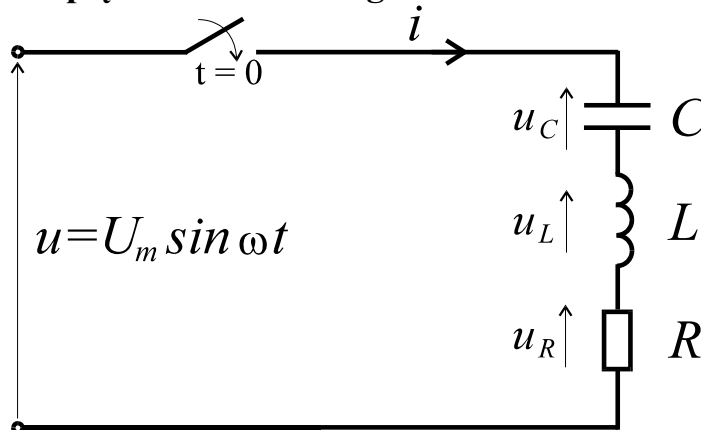
Przeprowadzając analizę podobnie jak dla wcześniejszych przypadków otrzymujemy

$$u_C = U \cdot \left[ 1 - \frac{1}{\omega_o \sqrt{LC}} \cdot e^{-\alpha t} \cdot \cos\left(\omega_o \cdot t + \beta - \frac{\pi}{2}\right) \right], \quad (75)$$

oraz

$$i = \frac{U}{\omega_o L} \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin \omega_o t.$$

### 4.2. Włączenie napięcia sinusoidalnego



Rys.15. Włączenie napięcia sinusoidalnego w obwód zawierający elementy R, L, C.



Zamykając w chwili  $t=0$  wyłącznik, włączamy do obwodu (rys.15) napięcie zmienne sinusoidalnie

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u). \quad (76)$$

Po upływie dostatecznie długiego czasu od chwili  $t=0$  w obwodzie płynie prąd ustalony

$$i_u = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \varphi_u - \varphi), \quad (77)$$

przy czym

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (78)$$

Rozwiązując układy równań różniczkowych dla przypadku aperiodycznego (62), aperiodycznego krytycznego (66) i oscylacyjnego (74), znajdujemy składowe przejściowe napięcia na kondensatorze i prądu w cewce (gałęzi elementów R,L,C).

Wzory (76) i (77) określają składowe ustalone napięcia na kondensatorze i prądu w cewce.

Przebieg prądu  $i$  oraz napięcia  $u_C$  otrzymujemy w wyniku dodania dwóch przebiegów odpowiednio  $i_p$  i  $i_u$ , oraz  $u_{Cp}$  i  $u_{Cu}$ .

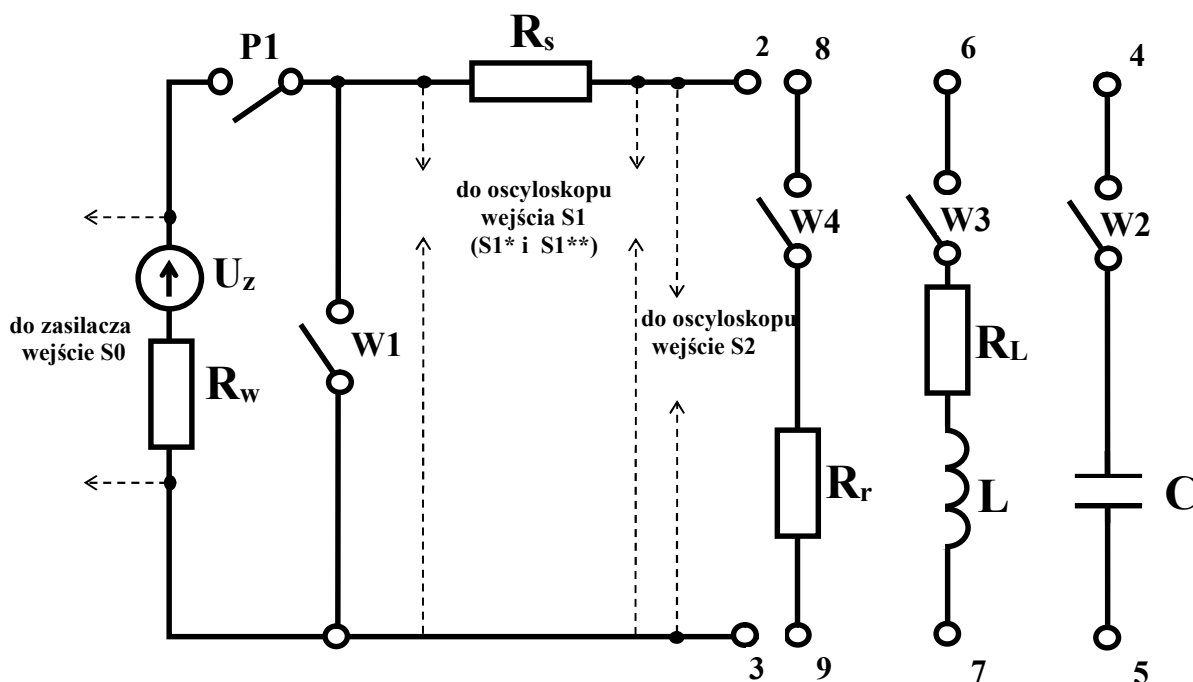
## II. Wykonanie ćwiczenia.

### 1. Opis badanego układu

#### Wykorzystane urządzenia i elementy:

- badany układ *STANY NIEUSTALONE*
- zasilacz stabilizowany (5V)
- zestaw systemu akwizycji danych
  - oscyloskop cyfrowy z pamięcią **HAMEG**
  - komputer z oprogramowaniem w/w oscyloskopu **SP107**
  - drukarka komputerowa

wygląd płyty czolowej



#### oznaczenia:

$U$  - napięcie zasilania (5V)

$R_w$  - oporność wewnętrzna ( $50\Omega$ )

$R_s$  - rezystor szeregowy ( $50\Omega$ )

$L$  - cewka ( $R_L$ -rezystancja cewki)

$C$  - kondensator

$R_r$  - rezystor ( $100\Omega$ )

$W1, W2, W3, W4$  - wyłączniki

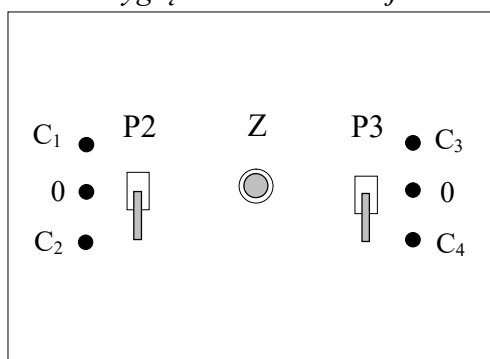
$P1, P2, P3$  - przełączniki

$Z$  - przycisk zwierający kondensator

2,3,4,5,6,7,8,9 - zaciski łączeniowe

$S0, S1, S2$  - gniazda BNC, gdzie  $S0$  - sygnał zasilania,  $S1$  - sygnał napięcia zasilania ( $S1^*$  - obserwowany na oscyloskopie) oraz napięcia badanego elementu ( $S1^{**}$  - obserwowany na oscyloskopie),  $S2$  - sygnał wyzwalania oscyloskopu.

wygląd ścianki bocznej



### **Ustawienia początkowe:**

- P1 w pozycji 0 (OFF),
- W1, W2, W3, W4 w pozycji OFF (do dołu),
- P2 i P3 w pozycji 0,
- gniazdo S0 połączone z zasilaczem,
- włączony zasilacz stabilizowany (5V),
- włączony komputer wraz z drukarką,
- włączony oscyloskop HAMEG,
- gniazdo wyjścia S1\* (pierwsze gniazdo S1) połączone z kanałem CH I,
- gniazdo wyjścia S1\*\* (drugie gniazdo S1) połączone z kanałem CH II,

⇒ dla obserwacji kształtu napięcia na badanym obiekcie,

- uaktywnienie przycisku **CH II** (na dole ekranu wyświetli się komunikat:  $y2:1V=$ ),
- uaktywnienie przycisku **SINGLE** (przygotowanie oscyloskopu przez ponowne wciśnięcie przycisku – sygnalizowane świecącą się diodą **RES** obok zapalanej diody **SGL**).

⇒ dla obserwacji kształtu prądu płynącego w obwodzie wykorzystany został sygnał napięciowy występujący na rezystorze  $R_s=50\Omega$ ,

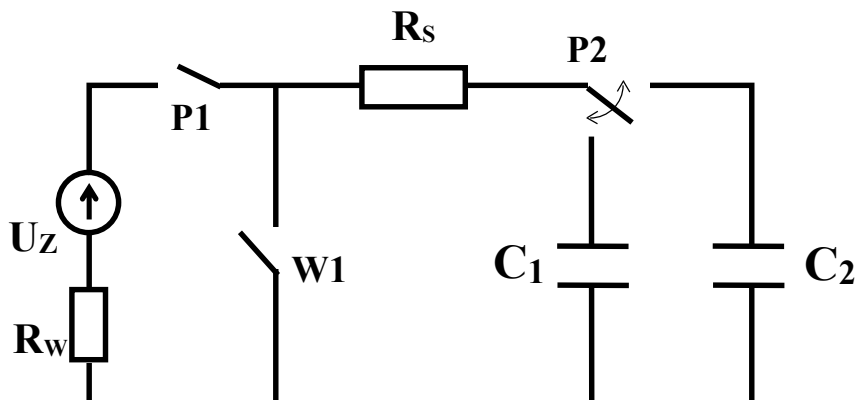
- uaktywnienie przycisku **CH II** wraz z przyciskiem **DUAL**, oraz przyciskiem **INV**. (na dole ekranu powinien wyświetlić się komunikat:  $y1:1V=$  +  $\bar{y}2:1V=$ ). W obu kanałach należy ustawić jednakowe wzmocnienia.
- uaktywnienie przycisku **SINGLE** (przygotowanie oscyloskopu przez ponowne wciśnięcie przycisku – sygnalizowane świecącą się diodą **RES** obok zapalanej diody **SGL**),

### **Uwaga!**

Należy ustawić wyzwolenie oscyloskopu odpowiednio dla badanego sygnału – przycisk **NM AT**, pokrętko **LEVEL** (ustawienie początkowe  $\int 25\%$ ). Przy badaniu obwodów RC, RL i RLC przez odpowiednie szybkie włączenie i wyłączenie napięcia zasilania można zaobserwować dwa stany przełączenia na ekranie oscyloskopu i następnie wydrukować otrzymane przebiegi (wzmocnienie sygnałów i czas przełączenia powinien być tak dobrany aby pomiędzy przełączeniami występował stan ustalony (2x nastawy proponowane)).

## 2. Badanie obwodów RC

Przy badaniu obwodu RC należy wykorzystać dwa przypadki: z pojemnością  $C_1$  i  $C_2$ . Schemat układu do badania obwodów RC przedstawiono poniżej.



### 2.1. Włączenie napięcia stałego

**Czynności dla obserwacji sygnałów w czasie załączenia napięcia stałego oraz wyznaczenia stałej czasowej tych sygnałów.**

- 1) Zrealizować ustawienia początkowe. Połączyć zaciski 2-4, oraz 3-5. Przełącznik P2 ustawić w położeniu  $C_1$ , (układ szeregowy elementów  $R_s$  i  $C_1$ ). Wyłącznik W2 przestawić w położenie ON (do góry).
- 2) Ustawić oscyloskop do obserwacji odpowiedniego przypadku przebiegu. Proponowane ustawienia przy obserwacji kształtu przebiegu napięcia 1V/cm (CH II), oraz 20ms/cm, zaś przy obserwacji kształtu przebiegu prądu 1V/cm (CH I) i 1V/cm (CH II).
- 3) Gdy oscyloskop zostanie przygotowany (pali się zielona dioda RES), należy dołączyć do układu napięcie stałe  $U=5V$ , przez przełączenie P1 w pozycję 1(ON). Na oscyloskopie otrzymamy odpowiedni przebieg.
- 4) Za pomocą programu uruchomionego po włączeniu komputera, odczytać dane z oscyloskopu przez wybranie kursorem opcji READ na ekranie monitora. Zostanie uruchomiona transmisja (świecenie diody RM na pulpicie oscyloskopu) po której na ekranie monitora wyświetlony będzie przebieg oczekiwanego sygnału.
- 5) Przygotować otrzymany przebieg do wydruku, wybierając myszką ikonę drukarki. Wydrukować przebieg nadający się do wyznaczenia stałej czasowej rozpatrywanego układu. Na podstawie wyznaczonej wykreślnie stałej czasowej i znanej rezystancji obwodu, wyznaczyć pojemność układu.

Powyższe czynności wykonać dla pojemności  $C_2$  (P2 w położeniu  $C_2$ ). Proponowane nastawy wzmocnienia sygnału podstawy czasu 50ms/cm.

## 2.2. Rozładowanie kondensatora

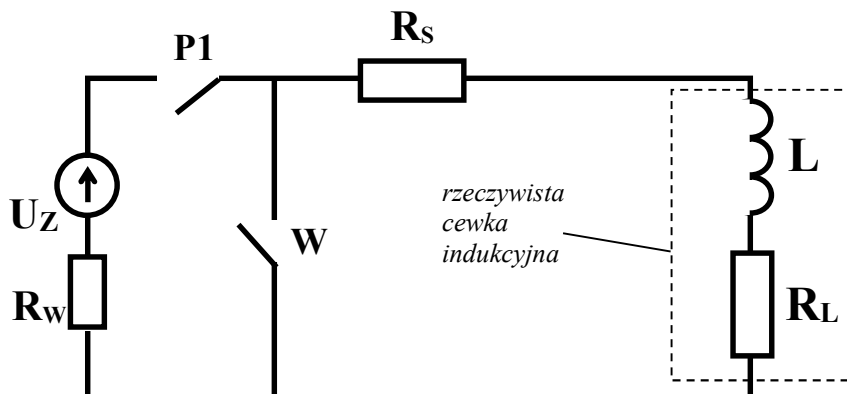
Czynności dla zaobserwowania sygnałów w czasie rozładowania kondensatora należy wykonać podobnie jak w pkt. 2.1. przełączając P1 z pozycji 1 na pozycję 0 i załączając jednocześnie wyłącznik zwierający W1. Uprzednio należy ustawić odpowiednio wyzwolenie oscyloskopu przyciskami NM AT ( $\tau$  25%) lub potencjometrem LEVEL .

Powyższe czynności wykonać dodatkowo dla pojemności  $C_2$  (P2 w położeniu  $C_2$ ).  
Proponowane nastawy wzmocnienia sygnału podstawy czasu 50ms/cm.

## 3. Badanie obwodów RL

Praktycznie niemożliwe jest wykonanie idealnej cewki, gdyż zawsze będzie posiadała pewną rezystancję wewnętrzną. W badanym układzie wykorzystana została cewka zawierająca ok. 5000 zwojów, nawinięta drutem miedzianym o przekroju  $0,25\text{mm}^2$ . Cewka ma pewną określoną rezystancję  $R_L$ , a tego konsekwencją jest niemożliwość obserwacji napięcia jedynie na samej indukcyjności L.

Należy pamiętać że w momencie załączenia obwodu występują trzy główne rezystancje  $R_w$ ,  $R_s$  i  $R_L$  . Układ pomiarowy przedstawiony jest poniżej:



### 3.1. Włączenie napięcia stałego

**Czynności dla obserwacji sygnałów w czasie załączenia napięcia stałego, oraz dla wyznaczenia stałej czasowej tych sygnałów.**

- 1) Zrealizować ustawienia początkowe. Połączyć zaciski 2-6, oraz 3-7. Wyłącznik W3 przestawić w położenie ON (do góry).
- 2) Ustawić oscyloskop odpowiednio do obserwacji kształtu napięcia między zaciskami 2-3, lub kształtu prądu w badanym obwodzie. Proponowane ustawienia przy obserwacji kształtu przebiegu napięcia 1V/cm (CH II), oraz 5ms/cm, zaś przy obserwacji kształtu przebiegu prądu 0.5V/cm (CH I i CH II).
- 3) Przy przygotowanym oscyloskopie, załączyć napięcie  $U=5\text{V}$ , przez przełączenie P1 w pozycję 1 (ON). Na ekranie oscyloskopu uzyskamy odpowiedni przebieg.
- 4) Za pomocą programu komputerowego odczytać dane z oscyloskopu przez wybranie kursorem opcji READ na ekranie monitora. Na ekranie monitora wyświetlony zostanie przebieg oczekiwanego sygnału.
- 5) Przygotować otrzymany przebieg do wydruku, wybierając myszką ikonę drukarki . Wydrukować przebieg nadający się do wyznaczenia stałej czasowej rozpatrywanego układu . Na podstawie wyznaczonej wykreślić stałą czasową i wartości

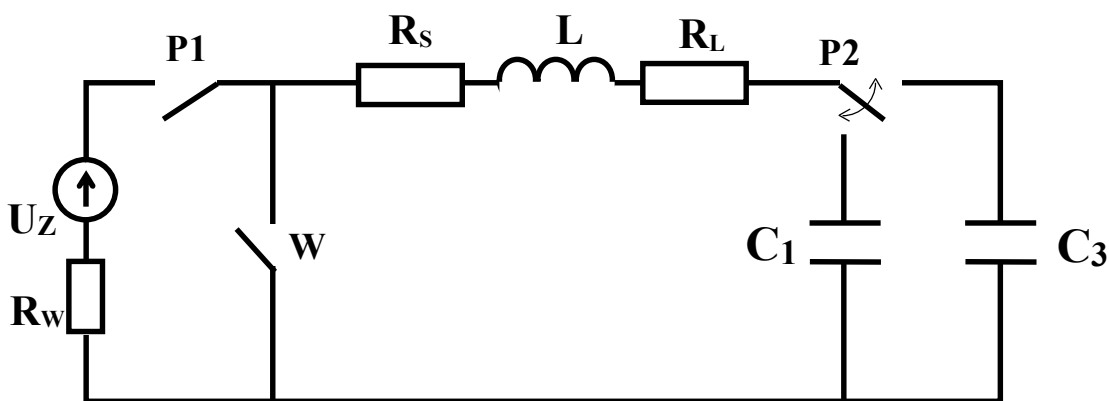
ustalonego napięcia na zaciskach cewki wyznaczyć wartość rezystancji  $R_L$ , oraz indukcyjność cewki  $L$ .

### 3.2. Zwarcie przez cewkę

**Czynności dla zaobserwowania sygnałów w czasie wyłączenia napięcia stałego w układzie RL, oraz dla wyznaczenia stałej czasowej tych sygnałów należy wykonać analogicznie jak w pkt. 3.1. przelączając P1 z pozycji 1 na pozycję 0 i załączając jednocześnie wyłącznik W1. Uprzednio należy ustawić odpowiednio wyzwolenie oscyloskopu przyciskami NM AT ( $\approx 25\%$ ) lub potencjometrem LEVEL .**

## 4. Badanie obwodów RLC

Przy badaniu układu RLC wykorzystane zostały dwie opcje z różnymi pojemnościami dla obserwacji przebiegów aperiodycznych i oscylacyjnych (schemat poniżej).



### 4.1. Włączenie napięcia stałego w obwodzie aperiodycznym

**Czynności dla obserwacji sygnałów w czasie załączenia napięcia stałego.**

- 1) Zrealizować ustawienia początkowe. Połączyć zaciski 2-6, 7-4 oraz 5-3. Ustawić przełącznik P3 w poł. 0, zaś P2 w położenie  $C_1$ . Wyłącznik W2 i W3 przestawić w położenie ON (do góry).
- 3) Ustawić oscyloskop odpowiednio do obserwacji kształtu napięcia lub prądu w obwodzie. *Proponowane ustawienia 1V/cm (CH I, CH II), oraz 10ms/cm.*
- 3) Gdy oscyloskop zostanie przygotowany (pali się zielona dioda RES), dołączyć do układu napięcie stałe  $U=5V$ , przez przełączenie P1 w pozycję 1 (do góry). Na oscyloskopie otrzymamy odpowiedni przebieg . Przełączyć P1 w pozycję 0.
- 4) Za pomocą programu komputerowego, odczytać dane z oscyloskopu przez wybranie kursorem opcji READ na ekranie monitora. Na ekranie monitora wyświetlony zostanie przebieg oczekiwanego sygnału.
- 5) Przygotować otrzymany przebieg do wydruku i wydrukować otrzymane przebiegi.

#### 4.2. Wyłączenie napięcia stałego w obwodzie aperiodycznym

**Czynności dla zaobserwowania sygnałów należy wykonać analogicznie jak w pkt. 4.1. przelączając P1 z pozycji 1 na pozycję 0 i załączając jednocześnie wyłącznik W1. Upřednio należy ustawić odpowiednio wyzwolenie oscyloskopu przyciskami NM AT (  $\sqrt{25\%}$ ) lub potencjometrem LEVEL .**

#### 4.3. Włączenie napięcia stałego w obwodzie oscylacyjnym

**Czynności dla obserwacji sygnałów w czasie załączenia napięcia stałego w obwodzie oscylacyjnym wykonać podobnie jak dla obwodu aperiodycznego (4.1.), lecz przy ustawieniu przelącznika P2 w poz.0, a P3 w poz. C<sub>3</sub> (obwód z pojemnością C<sub>3</sub>).**  
*Proponowane ustawienia dla tego przypadku to 1V/cm i 5ms/cm dla obserwacji napięcia, oraz 0,5V/cm (CH I), 0,5V/cm (CH II) i 5ms/cm dla obserwacji kształtu prądu.*

#### 4.4. Wyłączenie napięcia stałego w obwodzie oscylacyjnym

**Czynności dla obserwacji sygnałów w czasie wyłączenia napięcia stałego w obwodzie oscylacyjnym wykonać tak samo jak dla obwodu aperiodycznego (4.2.), lecz przy ustawieniu przelącznika P2 w poz.0, a P3 w poz. C<sub>3</sub> (obwód z pojemnością C<sub>3</sub>).**  
*Proponowane ustawienia dla tego przypadku to 1V/cm i 5ms/cm dla obserwacji napięcia, oraz 0,5V/cm (CH I), 0,5V/cm (CH II) i 5ms/cm dla obserwacji kształtu prądu.*

**UWAGA!** Wydrukowane przebiegi kształtów napięć i prądów (wraz z opisem) dołączyć do sprawozdania. Dokonać odpowiednich obliczeń parametrów charakterystycznych w badanych obwodach i wyniki zamieścić w tabelach.

## 5. Zestawienie wyników.

a) dla obwodów RC i RL.

Typ obwodu	$\tau$	$i_u$	$u_u$	<b>R</b>	<b>L</b>	<b>C</b>
	ms	A	V	$\Omega$	H	$\mu\text{F}$
<b>RC<sub>1</sub></b>					—	
<b>RC<sub>2</sub></b>					—	
<b>RL</b>						—

b) dla obwodów RLC.

Typ obwodu	$s_1$	$s_2$	$i_u$	$u_u$	<b>R</b>	<b>L</b>	<b>C</b>
	1/s	1/s	A	V	$\Omega$	H	$\mu\text{F}$
<b>RLC<sub>1</sub></b>							
<b>RLC<sub>3</sub></b>							

$i_u$  - wartość ustalona natężenia prądu,

$u_u$  - wartość ustalona napięcia na zaciskach 2-3,

**R, L, C** - całkowite parametry rezystancji, indukcyjności i pojemności obwodu.

⇒ Na podstawie pomiarów i obliczeń uzupełnić obie tabele.

Dla obwodów z cewką należy pamiętać o jej rezystancji  $R_L$ , oraz o rezystancji  $R_w$  w przypadku załączania obwodów.

⇒ Dla układów RLC wyznaczyć pierwiastki równania charakterystycznego ( $s_1$  i  $s_2$ ), oraz określić obwód korzystając z zależności (57), (58) i (59).

⇒ Wykonać dodatkowe obliczenia dla zadanych wartości rzeczywistych parametrów obwodu:  $R_w=50\Omega$ ,  $R_s=50\Omega$ ,  $R_L=120\Omega$ ,  $C_1=220\mu\text{F}$ ,  $C_2=1000\mu\text{F}$ ,  $C_3=2,2\mu\text{F}$ ,  $C_4=14,1\mu\text{F}$  i  $L=0,4\text{H}$ . Porównać otrzymane wyniki obliczeń z wynikami uzyskanymi z pomiarów.

## III. Wnioski i uwagi.

Sprawozdanie powinno zawierać: wydruki komputerowe na których należy wykreślić określone parametry (np. stała czasowa  $\tau$ ), umieścić obliczenia parametrów charakterystycznych, tabele wyników oraz wnioski i uwagi dotyczące przeprowadzonego ćwiczenia.